



## PROGRAMAÇÃO DIÁRIA DE IMAGENS DE UM SATÉLITE DE OBSERVAÇÃO: UMA FORMULAÇÃO REDUZIDA

Glaydston Mattos Ribeiro<sup>1,2</sup> e Luiz Antonio Nogueira Lorena<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Ciência da Computação e Informática  
Faculdade de Aracruz – UNIARACRUZ  
glaydston@fsjb.edu.br

<sup>1,2</sup> Laboratório Associado de Matemática e Computação Aplicada  
Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais – INPE  
{glaydston, lorena}@lac.inpe.br

### RESUMO

O problema da programação diária de imagens de um satélite de observação consiste em selecionar um subconjunto de imagens candidatas que maximizem uma dada função objetivo que, por sua vez, reflete a importância de cada imagem. Entretanto, várias restrições devem ser respeitadas, o que dificulta o processo de solução. Neste trabalho, é apresentada uma técnica de otimização para redução do número de restrições e, conseqüentemente, uma nova formulação matemática é proposta. Os resultados obtidos apresentam reduções consideráveis na formulação e podem ser interessantes para pesquisadores que estudam esse tipo de problema.

**Palavras-chave:** Sensoriamento remoto. Técnicas de redução. Otimização combinatória.

### ABSTRACT

The daily photographic scheduling problem of an earth observation satellite consists in to schedule a subset of candidate images that maximize an object function which represent a profit for each image. However, several constrains must be respect and the solution process becomes hard to be solved. This work presents an optimization technique for reduction of constraints and, consequently, a new mathematical formulation is proposed. Our results show a large reduction for instances of this problem and it can be useful for researchers that are studying this kind of problem.

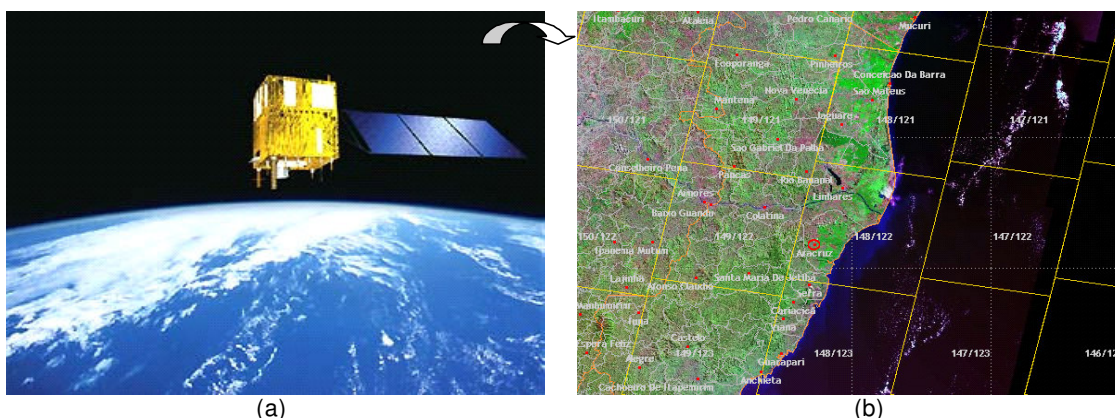
**Keywords:** Remote sensing. Reduction techniques. Combinatorial optimization.

## INTRODUÇÃO

O Brasil é o quinto maior país do mundo. Tem mais de 8,5 milhões de quilômetros quadrados de área muito diversificada e aproximadamente 7.500 quilômetros de linha costeira (SPACE IMAGING, 2005). Assim, a visualização de grandes áreas do espaço dá a planejadores urbanos, engenheiros de telecomunicações, de concessionárias de serviços públicos, de gás e petróleo e especialistas em emergências e situações de calamidade, a ferramenta ideal para o planejamento de um novo desenvolvimento, monitoramento da infra-estrutura existente e monitoramento de mudanças e impactos ambientais, mesmo em áreas remotas.

Para obter visualizações, são geradas imagens por meio de satélites, como é o caso do satélite Sino-Brasileiro CBERS-2. A geração dessas imagens é possível por meio de técnicas de sensoriamento que estudam e definem meios para obtenção de imagens de alta resolução. Com um maior detalhamento desse tipo de informação, os órgãos governamentais e as empresas privadas podem administrar, por exemplo, o setor agrícola brasileiro de forma eficaz, aumentando a produção das culturas e melhorando sua produtividade. A Figura 1(a) apresenta de forma esquemática o CBERS-2 e, em (b), é possível visualizar uma imagem produzida pelo CBERS-2 com informações georreferenciadas que permitem identificar a Cidade de Aracruz-ES.

Entretanto, devido à grande quantidade de imagens a serem obtidas, surge, nesse meio, além de outros, o Problema da Programação Diária de Imagens Para um Satélite (PPDIS), que pode ser visto como um problema de otimização.



**Figura 1. (a) Concepção artística do Satélite CBERS-2 e (b) Imagem já trabalhada da cidade de Aracruz-ES, obtida pelo CBERS-2**

Fonte: INPE em <http://www.cbers.inpe.br>

O PPDIS é um dos problemas-chave para um satélite de observação (VASQUEZ; HAO, 2003). O objetivo desse problema é programar um subconjunto de imagens, que deverão ser obtidas de um conjunto maior, denominado conjunto de imagens candidatas. Porém, existe um número grande de restrições que proíbem determinadas situações e que dificultam o processo de solução. A função objetivo deste problema reflete vários critérios, como a importância do cliente, condições de demanda, previsões meteorológicas, etc. As restrições incluem restrições físicas, como a capacidade de armazenamento, e restrições lógicas, como a não sobreposição de imagens e um tempo mínimo de transição.

Com isso, este trabalho tem como objetivo apresentar uma técnica de otimização a ser utilizada para reduzir o número de restrições geradas pelo PPDIS e, conseqüentemente, propor uma formulação reduzida para o PPDIS. Resultados mostram que as reduções são consideráveis e isso pode ser útil aos pesquisadores que estudam esse tipo de problema.

A próxima seção apresenta uma breve revisão bibliográfica sobre o PPDIS. Em seguida, é apresentada a formulação de Vasquez e Hao (2001). Após a formulação, é apresentada a técnica de redução proposta por Murray e Church (1997) para problemas modelados em grafos de conflitos. Em seguida, é apresentada a formulação reduzida proposta, resultados computacionais e conclusões.

## REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Existem na literatura vários métodos para resolver o PPDIS. Verfaillie et al. (1996) apresentaram um algoritmo exato denominado *Pseudo Dynamic Search*, que inclui um *Branch-and-Bound* (B&B) dentro de um processo iterativo de solução. Esse método foi capaz de resolver quatorze instâncias teste (as 13 instâncias simples e 1 das 7 difíceis) que foram mais tarde apresentadas formalmente por Bensana et al. (1999). Essas instâncias foram obtidas a partir de dados reais do programa francês CNES (*Centre National d'Etudes Spatiales*) de desenvolvimento de satélites de observação.

Lemaître e Verfaillie (1997) usaram programação linear inteira e programação por restrições. Heurísticas e metaheurísticas já foram utilizadas como heurísticas

gulosas, *Simulated Annealing* e Busca Tabu (BENSANA et al., 1996). Vasquez e Hao (2001) apresentaram uma Busca Tabu que melhorou as melhores soluções conhecidas. Os autores também apresentaram uma formulação matemática para o PPDIS. Mais tarde, Vasquez e Hao (2003) apresentaram bons limitantes superiores para esse problema, o que permitiu avaliar os resultados obtidos em 2001.

Os limitantes superiores foram calculados usando uma representação em grafo de conflitos do problema. O grafo obtido foi “particionado” formando agrupamentos (*clusters*), em seguida, as arestas que conectam os *clusters* foram removidas e os subproblemas resolvidos separadamente. Ao final, os resultados das funções objetivos foram somados, gerando um limitante superior. Por meio dessa técnica, Vasquez e Hao (2003) puderam demonstrar que as soluções obtidas em 2001 variaram de 0,00% a 3,45% da solução ótima, comprovando a eficiência da Busca Tabu desenvolvida. Entretanto, os tempos computacionais foram altos, variando de horas a dias em um Pentium III com um B&B implementado pelos autores.

## FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PPDIS

Seja  $F = \{f_1, f_2, \dots, f_n\}$  um conjunto de imagens candidatas do tipo *mono* e *stereo*, que devem ser programadas para o próximo dia. Cada imagem tem associada:

- a) um benefício, que representa uma série de critérios, como a importância do cliente, demanda de urgência, previsões, dentre outros fatores;
- b) um tamanho, que representa o tamanho necessário de memória para armazenar a imagem no momento em que ela é tomada;
- c) um conjunto de possibilidades que corresponde aos diferentes modos de obter a imagem  $f_i$ : (1) para *mono*, que indica três possibilidades, ou seja, que a imagem pode ser obtida por meio de uma das três câmeras do satélite ( $x$ ,  $y$ , ou  $z$ ); ou (2) para *stereo*, que limita em 1 o número de possibilidades. Uma imagem *stereo* necessita, simultaneamente, da câmera da frente ( $x$ ) e da que está atrás ( $z$ ).

No PPDIS, existem três conjuntos de restrições:

- a) restrições binárias (adjacências) – para alguns pares (imagem, câmera), é proibido programar simultaneamente a imagem  $f_1$  na câmera  $x$  e a imagem  $f_2$  na câmera  $y$ ;
- b) restrições ternárias – para alguns pares (imagem, câmera), é proibido programar simultaneamente a imagem  $f_1$  na câmera  $x$ , a imagem  $f_2$  na câmera  $y$  e a imagem  $f_3$  na câmera  $z$ ;
- c) restrição de capacidade ou da mochila – a soma dos tamanhos das imagens programadas não pode exceder a capacidade de gravação disponível no satélite.

Com isso, o objetivo do PPDIS é encontrar um subconjunto  $F'$  de  $F$  que satisfaça todas as restrições definidas anteriormente e que maximize a soma dos benefícios de cada imagem em  $F'$ . Assim, seja  $n = |F|$  o número de imagens candidatas. Cada imagem *mono* está associada a três pares de elementos:  $(f_i, câmera_1)$ ,  $(f_i, câmera_2)$  e  $(f_i, câmera_3)$ . De modo similar, cada imagem do tipo *stereo* está associada a um par  $(f_i, câmera_{13})$ . Sendo  $n_1$  e  $n_2$  os números, respectivamente, de imagens *mono* e *stereo* em  $F$  ( $n = n_1 + n_2$ ), existe um total  $m = 3n_1 + n_2$  de pares possíveis de elementos. Agora, pode-se definir uma variável de decisão binária  $x_i$  para cada um desses pares de elementos. Se  $x_i = 1$ , o correspondente ao par (imagem, câmera) está presente na programação, caso contrário,  $x_i = 0$ . Seja ainda  $g_i$  e  $c_i$  variáveis que representam, respectivamente, o benefício e o tamanho associado à variável  $x_i$ . Assim, conforme Vasquez e Hao (2001), o PPDIS pode ser formulado como:

$$v(PPDIS) = \text{Max} \left\{ \sum_{i=1}^m g_i x_i \right\} \quad (1)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^m c_i x_i \leq CM \quad (2)$$

$$x_i + x_j \leq 1 \quad \forall (x_i, x_j) \in C_2 \quad (3)$$

$$x_i + x_j + x_k \leq 2 \quad \forall (x_i, x_j, x_k) \in C_{31} \quad (4)$$

$$x_i + x_j + x_k \leq 1 \quad \forall (x_i, x_j, x_k) \in C_{32} \quad (5)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad i \in \{1, \dots, m\} \quad (6)$$

Onde:

- a)  $CM$  é a capacidade máxima de armazenamento do satélite;
- b)  $C_2$  é um conjunto de restrições que evitam a sobreposição de imagens, respeita o tempo mínimo entre duas imagens sucessivas na mesma câmera e impõe limitações no fluxo instantâneo de dados;
- c)  $C_{31}$  é um conjunto de restrições que não podem ser expressas usando  $C_2$ ;
- d)  $C_{32}$  é um conjunto de restrições associadas às imagens *mono* que evita que uma mesma imagem seja tomada mais de uma vez.

A restrição (2) é uma restrição da mochila; já a restrição (3) representa as restrições de adjacências entre duas variáveis; a restrição (4) apresenta restrições complementares ao conjunto definido em (3); a restrição (5) não permite que uma foto *mono* seja tomada mais de uma vez. Essa restrição também é uma restrição de adjacência. Por último, a restrição (6) garante que todas as variáveis são binárias.

A formulação de Vasquez e Hao (2001) apresenta um número muito grande de restrições, inviabilizando o processo de solução exata. Entretanto, Murray e Church (1997), trabalhando com o problema de máximo conjunto independente de vértices, propuseram um conjunto de restrições baseadas em cliques maximais e empacotamento de vértices, que permitem reduzir o número de restrições de adjacências em um grafo de conflitos. Uma clique em um grafo  $G$  pode ser definida como um subgrafo completo de  $G$  (HARARY, 1972), e a clique maximal é definida, por Murray e Church (1997), como a maior clique que envolve um determinado vértice. A próxima seção apresenta essa técnica de redução e uma nova formulação para o PPDIS.

## TÉCNICA DE REDUÇÃO

Dada uma representação em grafo do PPDIS, em que cada vértice representa uma variável de decisão da modelagem de Vasquez e Hao (2001), e as arestas, as restrições de adjacência definidas em (3) e em (5), a redução proposta por Murray e Church (1997) inicia-se identificando todas as cliques maximais presentes no grafo.

Seja  $CL_k$  o conjunto de vértices pertencentes à clique maximal  $k$ , para  $k = \{1, \dots, K\}$ , tal que  $K$  representa o número total de cliques maximais encontradas. Assim, as restrições de cliques maximais podem ser expressas como:

$$\sum_{j \in CL_k} x_j \leq 1 \quad \forall k = \{1, \dots, K\} \quad (7)$$

Em seguida, a redução de Murray e Church (1997) propõe a adição de restrições de empacotamento de vértices às restrições de cliques maximais. Assim, seja  $N_i$  um conjunto com todos os vértices que compartilham uma aresta com o vértice  $i$ , e  $n_i$  um coeficiente igual ao maior número de elementos de  $N_i$  que podem ser selecionados simultaneamente sem violar uma restrição de adjacência. Sendo assim, as restrições de empacotamento de vértices podem ser definidas como:

$$n_i x_i + \sum_{j \in N_i} x_j \leq n_i \quad \forall i = \{1, \dots, V\} \quad (8)$$

Onde  $V$  é o conjunto de vértices do grafo. Entretanto, as restrições definidas em (7) aparecem também nas restrições de empacotamento (8), indicando redundância de restrições. Para evitar isso, seja  $\hat{N}_i = \{j \in N \mid i, j \notin CL_k \quad \forall k = 1, \dots, K\}$ , o conjunto dos vértices  $j$  que compartilham uma aresta com  $i$ , dado que a aresta  $(i, j)$  não aparece em nenhuma clique maximal  $k$ , e  $\hat{n}_i$  um coeficiente igual ao maior número de elementos do conjunto  $\hat{N}_i$  que podem ser selecionados simultaneamente. Sendo assim, a restrição de empacotamento (8) pode ser reescrita como:

$$\hat{n}_i x_i + \sum_{j \in \hat{N}_i} x_j \leq \hat{n}_i \quad \forall i = \{1, \dots, V\} : \hat{N}_i \neq \emptyset \quad (9)$$

Com isso, as restrições definidas em (7) e (9) podem substituir, sem perda de generalidade, o conjunto de restrições de adjacências presentes em um grafo de conflitos, conseqüentemente, as restrições de adjacências (3) e (5) do PPDIS. Para maiores detalhes sobre esse processo de redução, ver Murray and Church (1997).

A formulação original do PPDIS pode ser reescrita como:

$$v(PPDIS) = \text{Max} \left\{ \sum_{i=1}^m g_i x_i \right\} \quad (10)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{i=1}^m c_i x_i \leq CM \quad (11)$$

$$\sum_{j \in CL_k} x_j \leq 1 \quad \forall k = \{1, \dots, K\} \quad (12)$$

$$\hat{n}_i x_i + \sum_{j \in \hat{N}_i} x_j \leq \hat{n}_i \quad \forall i = \{1, \dots, V\} : \hat{N}_i \neq \emptyset \quad (13)$$

$$x_i + x_j + x_k \leq 2 \quad \forall (x_i, x_j, x_k) \in C_{31} \quad (14)$$

$$x_i \in \{0,1\} \quad i \in \{1, \dots, m\} \quad (15)$$

## RESULTADOS COMPUTACIONAIS

A formulação apresentada em (1)-(6) foi aplicada nas instâncias teste propostas por Bensana et al. (1999), assim como a formulação reduzida apresentada em (10)-(15). Os resultados estão mostrados nas Tabelas 1 e 2, sendo:

- Inst: o nome da instância teste;
- Tipo 1: o número de restrições geradas por (3);
- Tipo 2: número de restrições geradas por (4);
- Tipo 3: número de restrições geradas por (5);
- Total 1: número total de restrições (Tipo 1 + Tipo 2 + Tipo 3);
- # cliques maximais: número de cliques maximais encontradas (restrição 12);
- Clique máxima: tamanho da maior clique maximal encontrada;
- Rest. de nó: restrições de empacotamento geradas por (13);
- Total 2: Número total de restrições (cliques maximais + restrições de nó + Tipo 2) produzidas pela formulação reduzida;
- Dif: a diferença entre o número de restrições geradas pelas formulações (Total 1 – Total 2).

Pode-se perceber, nas Tabelas 1 e 2, que o processo de redução consegue diminuir bem o número de restrições. A maior redução aconteceu sobre a instância “1407”, de 36.990 para 9.806, uma redução de 27.184 restrições. Para tentar garantir as soluções ótimas das instâncias, foi utilizado o CPLEX 7.5 (ILOG, 2001), que é um *solver* muito conhecido em otimização. Os resultados estão mostrados na Tabela 3.



Observe que, para os problemas da Tabela 1, o CPLEX foi capaz de garantir a solução ótima para ambas as modelagens. Por outro lado, para os problemas da Tabela 2, o CPLEX apresentou dificuldades para definir as soluções ótimas para as duas modelagens, não fechando o *gap* de dualidade em dez horas de execução, com exceção da instância “1502”, que foi resolvida.

Em média, as instâncias foram resolvidas em 2,36s e 2,40s com a formulação de Vasquez e Hao (2001) e a formulação reduzida, respectivamente. A diferença entre os tempos não é muito significativa, pois todos os problemas são considerados simples, mesmo a instância “1502”. Uma diferença considerável poderia ser obtida nos problemas mais difíceis, porém não foi possível.

**Tabela 1. Resultado do processo de redução para as instâncias “simples”**

| Inst. | Modelo de Vasquez e Hao (2001) |        |        |         | Modelo Reduzido    |               |             |        |         | Dif.  |
|-------|--------------------------------|--------|--------|---------|--------------------|---------------|-------------|--------|---------|-------|
|       | Tipo 1                         | Tipo 2 | Tipo 3 | Total 1 | # Cliques maximais | Clique máxima | Rest. de nó | Tipo 2 | Total 2 |       |
| 54    | 389                            | 23     | 67     | 479     | 100                | 8             | 46          | 23     | 169     | 310   |
| 29    | 610                            | 0      | 82     | 692     | 99                 | 9             | 48          | 0      | 147     | 545   |
| 42    | 1762                           | 64     | 190    | 2016    | 268                | 14            | 157         | 64     | 489     | 1527  |
| 28    | 6302                           | 590    | 230    | 7122    | 339                | 22            | 204         | 590    | 1133    | 5989  |
| 5     | 13982                          | 367    | 309    | 14658   | 785                | 21            | 596         | 367    | 1748    | 12910 |
| 404   | 919                            | 18     | 100    | 1037    | 142                | 15            | 60          | 18     | 220     | 817   |
| 408   | 2560                           | 389    | 200    | 3149    | 317                | 16            | 159         | 389    | 865     | 2284  |
| 412   | 6585                           | 389    | 300    | 7274    | 533                | 20            | 334         | 389    | 1256    | 6018  |
| 414   | 9456                           | 4719   | 364    | 14539   | 668                | 23            | 441         | 4719   | 5828    | 8711  |
| 503   | 705                            | 86     | 143    | 934     | 196                | 9             | 75          | 86     | 357     | 577   |
| 505   | 2666                           | 526    | 240    | 3432    | 393                | 16            | 168         | 526    | 1087    | 2345  |
| 507   | 5545                           | 2293   | 311    | 8149    | 550                | 18            | 327         | 2293   | 3170    | 4979  |
| 509   | 7968                           | 3927   | 348    | 12243   | 627                | 22            | 400         | 3927   | 4954    | 7289  |

**Tabela 2. Resultado do processo de redução para as instâncias “difíceis”**

| Inst. | Modelo de Vasquez e Hao (2001) |        |        |         | Modelo Reduzido    |               |             |        |         | Dif.  |
|-------|--------------------------------|--------|--------|---------|--------------------|---------------|-------------|--------|---------|-------|
|       | Tipo 1                         | Tipo 2 | Tipo 3 | Total 1 | # Cliques maximais | Clique máxima | Rest. de nó | Tipo 2 | Total 2 |       |
| 1401  | 11893                          | 2913   | 488    | 15294   | 879                | 21            | 593         | 2913   | 4385    | 10909 |
| 1403  | 14997                          | 3874   | 665    | 19536   | 1260               | 21            | 846         | 3874   | 5980    | 13556 |
| 1405  | 24366                          | 4700   | 855    | 29921   | 1758               | 21            | 1294        | 4700   | 7752    | 27169 |
| 1407  | 30058                          | 5875   | 1057   | 36990   | 2275               | 21            | 1656        | 5875   | 9806    | 27184 |
| 1502  | 296                            | 29     | 209    | 534     | 149                | 5             | 146         | 29     | 324     | 210   |
| 1504  | 5106                           | 882    | 605    | 6593    | 1012               | 12            | 498         | 882    | 2392    | 4201  |
| 1506  | 19033                          | 4775   | 940    | 24748   | 1980               | 19            | 1365        | 4775   | 8120    | 16628 |

**Tabela 3. Resultados obtidos com o CPLEX 7.5 para o PPDIS**

| Inst. | Modelo de Vasquez e Hao (2001) |           | Modelo reduzido |           |
|-------|--------------------------------|-----------|-----------------|-----------|
|       | Solução                        | Tempo (s) | Solução         | Tempo (s) |
| 54    | 70                             | 0,18      | 70              | 0,08      |
| 29    | 12032                          | 0,08      | 12032           | 0,07      |

|      |        |      |        |       |
|------|--------|------|--------|-------|
| 42   | 108067 | 0,47 | 108067 | 0,18  |
| 28   | 56053  | 4,61 | 56053  | 1,03  |
| 5    | 115    | 9,86 | 115    | 11,42 |
| 404  | 49     | 0,07 | 49     | 0,06  |
| 408  | 3082   | 0,81 | 3082   | 0,61  |
| 412  | 16102  | 1,24 | 16102  | 1,40  |
| 414  | 22120  | 4,80 | 22120  | 6,83  |
| 503  | 9096   | 0,07 | 9096   | 0,09  |
| 505  | 13100  | 0,24 | 13100  | 0,45  |
| 507  | 15137  | 2,18 | 15137  | 5,13  |
| 509  | 19125  | 8,34 | 19125  | 6,17  |
| 1502 | 61158  | 0,07 | 61158  | 0,06  |

## CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Este trabalho apresentou uma modelagem reduzida para o problema da programação diária de imagens de um satélite. A técnica utilizada permite reduzir, significativamente, o número de restrições e isso pode auxiliar pesquisadores da área no desenvolvimento de técnicas exatas para esse problema.

Por outro lado, as soluções exatas para vários problemas teste na literatura não puderam ser obtidas, usando a formulação reduzida. Isso mostra a dificuldade existente nesse problema. Com isso, a partir da modelagem reduzida, pretende-se aplicar uma relaxação lagrangiana com *clusters* (RIBEIRO, 2005) para tentar obter limitantes melhores que os obtidos por Vasquez e Hao (2003). Além disso, sobre a formulação reduzida, podem ser aplicadas outras metaheurísticas conhecidas como Algoritmos Genéticos (LORENA; FURTADO, 2001) e *Ant-Colony* (DORIGO; STÜTZLE, 2004), de modo a obter resultados bons em um tempo computacional baixo, dado que a programação de imagens é feita diariamente nos centros de sensoriamento.

## REFERÊNCIAS

- 1 BENSANA, E.; LEMAÎTRE, M.; VERFAILLIE, G. Earth observation satellite management. **Constraints**, v. 4, n. 3, p. 293-299, 1999.
- 2 BENSANA, E.; VERFAILLIE, G.; AGNÉSE, J. C.; BATEILLE, N.; BLUMSTEIN, D. Exact and approximate methods for the daily management of an earth observation satellite. In: PROC. OF THE INTL. SYMPOSIUM ON SPACE MISSION OPERATIONS AND GROUND DATA SYSTEMS, 1996, Munich – Germany. Disponível em: <[ftp://ftp.cert.fr/pub/verfaillie/spaceops96.ps](http://ftp.cert.fr/pub/verfaillie/spaceops96.ps)>. Acesso em: 10 dez. 2004.

- 3 DORIGO, M.; STÜTZLE, T. **Ant colony optimization**. EUA: MIT Press, 2004.
- 4 HARARY, F. **Graph theory**. New York: Addison-Wesley, 1972.
- 5 ILOG CPLEX 7.5 **Reference manual**. Copyright by ILOG, France, 2001.
- 6 LEMAÎTRE, M; VERFAILLIE, G. Daily management of an earth observation satellite: comparison of Ilog solver with dedicated algorithms for valued constraint satisfaction problems. In: PROC. OF THE ILOG INTL. USERS MEETING. 3<sup>ND</sup>. 1997. Paris – France. Disponível em: <<ftp://ftp.cert.fr/pub/verfaillie/ilog97.ps>>. Acesso em: 15 dez. 2004.
- 7 LORENA, L. A. N.; FURTADO, J. C. Constructive genetic algorithm for clustering problems. **Evolutionary Computation**, v. 9, n. 3, p. 309-327, 2001.
- 8 MURRAY, A. T.; CHURCH, R. L. Facets for node packing. **European Journal of Operational Research**, v. 101, p. 598-608, 1997.
- 9 RIBEIRO, G. M. Relaxação lagrangiana com divisão em clusters para alguns problemas de otimização modelados em grafos de conflitos. **Proposta de Tese de Doutorado em Computação Aplicada**, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2005.
- 10 SPACE IMAGING. Disponível em <<http://www.spaceimaging.com.br/>>. Acesso em: 20 jun. 2005.
- 11 VASQUEZ, M.; HAO, J. K. A “logic-constrained” knapsack formulation and a tabu algorithm for the daily photograph scheduling of an earth observation satellite. **Journal of Computational Optimization and Applications**, v. 20, p.137-157, 2001.
- 12 VASQUEZ, M; HAO, J. K. Upper bounds for the SPOT 5 daily photograph scheduling problem. **Journal of Combinatorial Optimization**, v. 7, p. 87-103, 2003.
- 13 VERFAILLIE, G.; LEMAÎTRE, M.; SCHIEX, T. Russian doll search for solving constraint optimization problems. In: NATIONAL CONFERENCE ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE. 13<sup>TH</sup> ed. **Anais...**, Portland – USA, 1996. p. 182-187.